Глава 2

ПРЕСМЕТКА НА ТЕКОВИТЕ НА МОЌНОСТИ ВО ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

.

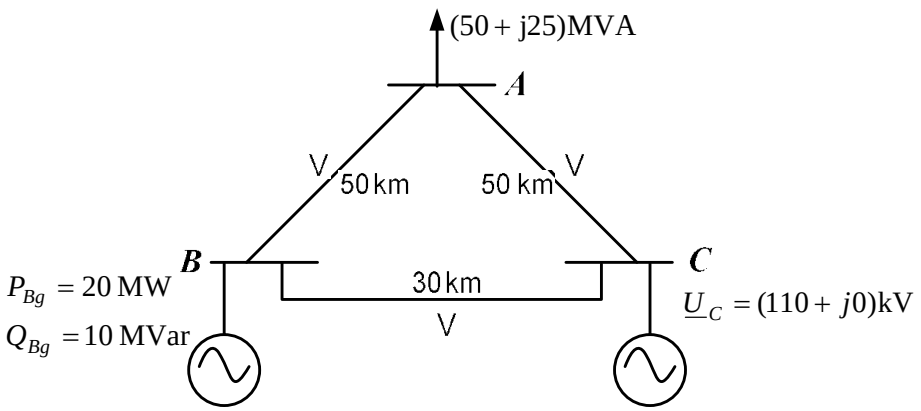
ЗАДАЧА 2.1

За едноставниот 110 kV електроенергетски систем прикажан на сликата 2.1 да се одредат:

а) типовите на јазли на системот;

б) матрицата на адмитанции на системот во единечни вредности;

в) да се пресметаат напознатите напони на јазлите на системот после втората итерација на пресметка на напоните на системот со Гаус-Зајделовиот метод. Процесот на итеративно пресметување да се смета за завршен во итерацијата во која во однос на претходната, кај двата јазла, прирастите на реалните и имагинарните делови на напоните по апсолутна вредност се помали од $\varepsilon = 0{,}11V$.



V: $r = 0{,}119\ \Omega$/km, x = 0,409 Ω/km, b = 2,77 μF/km

Слика 2.1. ЕЕС од задача 2.1

РЕШЕНИЕ:

а) Согласно дадените податоци за јазлите на системот може да се определат типовите на јазлите:

- Јазолот ***A*** е од типот **PQ** односно јазол за кој се познати инјектираната активна и реактивна моќност
- Јазолот ***B*** е од типот **PQ** односно јазол за кој се познати инјектираната активна и реактивна моќност
- Јазолот ***C*** е јазол со познат напон или slack јазол
- Јазол од типот **PU** нема во системот

Потоа треба да се изврши нумерација на јазлите. Нумерацијата се изведува така што прво се нумерираат јазлите од типот **PQ**, потоа јазлите **PU** и на крајот slack јазолот. Ваквата нумерација е најзгодна, поради формирањето на матрицата на адмитанции и потоа при пресметките на непознатите напони на системот. За нашиот случај, нумерацијата е:

- Јазолот ***A*** - 1
- Јазолот ***B*** - 2
- Јазолот ***C*** - 3

б) Усвојуваме базен напон и базна моќност: $U_B = 110\,\text{kV}$ и $S_B = 100\,\text{MVA}$. Базната импеданција на системот е еднаква на:

$$Z_B = \frac{U_B^2}{S_B} = \frac{110^2}{100} = 121\,\Omega$$

Инјектираните моќности во јазлите, изразени во единечни вредности се:

$$P_1 + jQ_1 = \frac{-50 - \mathrm{j}25}{100} = (-0{,}5 - \mathrm{j}0{,}25)\text{p.u.}$$

$$P_2 + jQ_2 = \frac{20 + \mathrm{j}10}{100} = (0{,}2 + \mathrm{j}0{,}1)\text{p.u.}$$

Напонот во јазолот 3 (јазол со познат напон), исто така во единечни вреднсоти е:

$$\underline{U}_3 = \frac{110 + j0}{110} = (1{,}00 + j0)\text{p.u.}$$

За да се формира матрицата на адмитанции на системот во единечни вредности, потребно е да се пресметаат подолжните и попречните адмитанции на еквивалентните π -шеми на водовите во единечни вредности.

$$\underline{Y}_{1-2} = \frac{Z_B}{\underline{Z}_{1-2}} = \frac{121}{(0{,}119 + \mathrm{j}0{,}409)\cdot 50} = (1{,}587174 - \mathrm{j}5{,}455076)\text{p.u.}$$

$$\underline{Y}_{1-3} = \frac{Z_B}{\underline{Z}_{1-3}} = \frac{121}{(0{,}119 + \mathrm{j}0{,}409)\cdot 50} = (1{,}587174 - \mathrm{j}5{,}455076)\text{p.u.}$$

$$\underline{Y}_{2-3} = \frac{Z_B}{\underline{Z}_{2-3}} = \frac{121}{(0{,}119 + \mathrm{j}0{,}409)\cdot 30} = (2{,}645289 - \mathrm{j}9{,}091794)\text{p.u.}$$

Попречните адмитанции на еквивалентните π -заменски шеми на водовите во единечни вредности се:

$$\underline{Y}'_{1-2} = \underline{Y}'_{1-3} = \mathrm{j}B \cdot Z_B = \mathrm{j}2{,}77 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 121 = \mathrm{j}0{,}0167585 \text{ p.u.}$$

$$\underline{Y}'_{2-3} = \mathrm{j}B \cdot Z_B = \mathrm{j}2{,}77 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 121 = \mathrm{j}0{,}010055 \text{ p.u.}$$

Алгоритмот за составување на матрицата на адмитанции се состои во следното :
Елементот $\underline{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{kk}}$ од главната дијагонала на матрицата е еднаков на сумата на адмитанциите на сите гранки на кои им припаѓа јазолот $\boldsymbol{k}$:

$$\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{1-2} + \underline{Y}_{1-3} + \frac{1}{2}\left(\underline{Y}'_{1-2} + \underline{Y}'_{1-3}\right) = 2\cdot(1{,}587174 - \mathrm{j}5{,}455076) + \frac{1}{2}(2\cdot \mathrm{j}0{,}016758) =$$
$$= (3{,}174348 - \mathrm{j}10{,}893394)\text{p.u.}$$

$$\underline{Y}_{22} = \underline{Y}_{1-2} + \underline{Y}_{2-3} + \frac{1}{2}\left(\underline{Y}'_{1-2} + \underline{Y}'_{2-3}\right) = (1{,}587174 - \mathrm{j}5{,}455076) + (2{,}645289 - \mathrm{j}9{,}091794) +$$
$$+ \frac{1}{2}(\mathrm{j}0{,}0167585 + \mathrm{j}0{,}010055) = (4{,}232463 - \mathrm{j}14{,}533463)\text{p.u.}$$

$$\underline{Y}_{33} = \underline{Y}_{1-3} + \underline{Y}_{2-3} + \frac{1}{2}\left(\underline{Y}'_{1-3} + \underline{Y}'_{2-3}\right) = (1{,}587174 - \mathrm{j}5{,}455076) + (2{,}645289 - \mathrm{j}9{,}091794) +$$
$$+ \frac{1}{2}(\mathrm{j}0{,}0167585 + \mathrm{j}0{,}010055) = (4{,}232463 - \mathrm{j}14{,}533463)\text{p.u.}$$

Елементот $\underline{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{kl}} = \underline{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{lk}}$ е еднаков на сумата на адмитанциите на сите гранки што директно ги поврзуваат јазлите $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{l}$, со променет знак

$$\underline{Y}_{12} = -\underline{Y}_{1-2} = -(1{,}587174 - \mathrm{j}5{,}455076) = (-1{,}587174 + \mathrm{j}5{,}455076)\text{p.u.} = \underline{Y}_{21}$$
$$\underline{Y}_{13} = -\underline{Y}_{1-3} = -(1{,}587174 - \mathrm{j}5{,}455076) = (-1{,}587174 + \mathrm{j}5{,}455076)\text{p.u.} = \underline{Y}_{31}$$
$$\underline{Y}_{23} = -\underline{Y}_{2-3} = -(2{,}645289 - \mathrm{j}9{,}091794) = (-2{,}645289 + \mathrm{j}9{,}091794)\text{p.u.} = \underline{Y}_{32}$$

Конечниот облик на матрицата на адмитанции на разгледуваниот ЕЕС е:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \mathbf{G} + \mathbf{jB} = \begin{bmatrix} 3{,}174348 & -1{,}587174 & -1{,}587174 \\ -1{,}587174 & 4{,}232463 & -2{,}645289 \\ -1{,}587174 & -2{,}645289 & 4{,}232463 \end{bmatrix} +$$

$$+ \mathrm{j}\begin{bmatrix} -10{,}893394 & 5{,}455076 & 5{,}455076 \\ 5{,}455076 & -14{,}533464 & 9{,}091794 \\ 5{,}455076 & 9{,}091794 & -14{,}533464 \end{bmatrix}$$

Се забележува дека матрицата е симетрична, бидејќи електроенергетските системи се реципрочни.

Пред да започне итеративното пресметување со Гаус -Зајделовиот метод, потребно е за непознатите напони на јазлите 1 и 2, да прет поставиме почетни вредности, согласно рамниот старт:

$$\underline{U}_1^{(0)} = (1 + \mathrm{j}0)\text{p.u.}$$
$$\underline{U}_2^{(0)} = (1 + \mathrm{j}0)\text{p.u.}$$

За системи во кои нема јазли со контролиран напон (**PU** јазли), односно во кој сите јазли освен slask јазолот можат да се моделираат како **PQ** јазли, итеративната постапка се спроведува по следната шема:

$$\underline{U}_i^{(v+1)} = \frac{1}{\underline{Y}_{ii}} \cdot \left[\frac{P_i - jQ_i}{\left(\underline{U}_i^{(v)}\right)^*} - \sum_{l=1}^{i-1} \underline{Y}_{il} \underline{U}_l^{(v+1)} - \sum_{l=i+1}^{n} \underline{Y}_{il} \underline{U}_l^{(v)} \right]$$

каде што: ***i=1,... ,n-1***, а со ***v*** е означен бројот на итерацијата ***v=0, 1, 2..***
Користејќи ја равенката за напоните на јазлите и нивните прирасти во првата итерација се добива:

$$\underline{U}_1^{(1)} = \frac{1}{\underline{Y}_{11}} \cdot \left[\frac{P_1 - jQ_1}{\left(\underline{U}_1^{(0)}\right)^*} - \underline{Y}_{12}\underline{U}_2^{(0)} - \underline{Y}_{13}\underline{U}_3 \right] =$$
$$= \frac{1}{3{,}174348 - \mathrm{j}10{,}893394} \cdot [\frac{-0{,}5 - \mathrm{j}(-0{,}25)}{(1 + \mathrm{j}0)} - (-1{,}587174 + \mathrm{j}5{,}455076) \cdot (1 + \mathrm{j}0) -$$
$$- (-1{,}587174 + \mathrm{j}5{,}455076) \cdot (1 + \mathrm{j}0)] = (0{,}9679363 - \mathrm{j}0{,}0365559)\text{p.u.}$$

$$\Delta\underline{U}_1^{(1)} = \underline{U}_1^{(1)} - \underline{U}_1^{(0)} = (0{,}9679363 - j0{,}0365559) - (1 + j0) = (-0{,}0320637 - j0{,}0365559)\text{p.u.}$$

$$\underline{U}_2^{(1)} = \frac{1}{\underline{Y}_{22}} \cdot \left[\frac{P_2 - jQ_2}{\left(\underline{U}_2^{(0)}\right)^*} - \underline{Y}_{21}\underline{U}_1^{(1)} - \underline{Y}_{23}\underline{U}_3 \right] =$$
$$= \frac{1}{4{,}232463 - \mathrm{j}14{,}533464} \cdot [\frac{0{,}2 - \mathrm{j}0{,}1}{(1 + \mathrm{j}0)} - (-1{,}587174 + \mathrm{j}5{,}455076) \cdot (0{,}967936 - \mathrm{j}0{,}0365559) -$$
$$- (-1{,}587174 + \mathrm{j}5{,}455076) \cdot (1 + \mathrm{j}0)] = (0{,}9988499 - \mathrm{j}0{,}0031265)\text{p.u.}$$

$$\Delta\underline{U}_2^{(1)} = \underline{U}_2^{(1)} - \underline{U}_2^{(0)} = (0{,}9988499 - \mathrm{j}0{,}0031265) - (1 + \mathrm{j}0) = (0{,}0011501 - \mathrm{j}0{,}0031265)\text{p.u.}$$

Дозволената толеранција, во единечни вредности е:

$$\varepsilon = \frac{0{,}11}{U_B} = \frac{0{,}11}{110 \cdot 10^3} = 10^{-6}\,\text{p.u.}$$

Според тоа критериумот за прекин на итеративното пресметување на напоните, очигледно не е задоволен. Поради тоа, процесот на итеративно пресметување на напоните продолжува. Во втората итерација се пресметува:

$$\underline{U}_1^{(2)} = \frac{1}{\underline{Y}_{11}} \cdot \left[\frac{P_1 - jQ_1}{\left(\underline{U}_1^{(1)}\right)^*} - \underline{Y}_{12}\underline{U}_2^{(1)} - \underline{Y}_{13}\underline{U}_3 \right] =$$

$$= \frac{1}{3{,}174348 - \text{j}10{,}893394} \cdot [\frac{-0{,}5 - \text{j}(-0{,}25)}{(0.9679363 + \text{j}0{,}0365559)} - (-1{,}587174 + \text{j}5{,}455076) \cdot$$

$$\cdot (0.9988499 - \text{j}0{,}0031265) - (-1{,}587174 + \text{j}5{,}455076) \cdot (1 + \text{j}0)] =$$

$$= (0.9648917 - \text{j}0{,}0379607)\text{p.u.}$$

$$\Delta\underline{U}_1^{(2)} = \underline{U}_1^{(2)} - \underline{U}_1^{(1)} = (0{,}9648917 - \text{j}0{,}0379607) - (0.9679363 - \text{j}0{,}0365559) =$$

$$= (0{,}0030446 - \text{j}0{,}0014048)\text{p.u.}$$

$$\underline{U}_2^{(2)} = \frac{1}{\underline{Y}_{22}} \cdot \left[\frac{P_2 - jQ_2}{\left(\underline{U}_2^{(1)}\right)^*} - \underline{Y}_{21}\underline{U}_1^{(2)} - \underline{Y}_{23}\underline{U}_3 \right] =$$

$$= \frac{1}{4{,}232463 - \text{j}14{,}533464} \cdot [\frac{0{,}2 - \text{j}0{,}1}{(0.9988499 + \text{j}0{,}0031265)} - (-1{,}587174 + \text{j}5{,}455076) \cdot$$

$$\cdot (0.9648917 - \text{j}0{,}0379607) - (-1{,}587174 + \text{j}5{,}455076) \cdot (1 + \text{j}0)] = (0.9977525 - \text{j}0{,}0036725)\text{p.u.}$$

$$\Delta\underline{U}_2^{(2)} = \underline{U}_2^{(2)} - \underline{U}_2^{(1)} = (0.9977525 - \text{j}0{,}0036725) - (0{,}9988499 - \text{j}0{,}0031265)$$

$$= (-0{,}0010974 - \text{j}0{,}000546)\text{p.u.}$$

Може да се констатира дека ни по втората итерација не е задоволен критериумот за завршување на процесот на итеративно пресметување. Поради тоа, процесот продолжува со третата итерација, итн.

Со цел да се пресметаат точните вредности на напоните изработена е компјутерска програма за пресметка на напоните со Гаус-Зајделовиот метод. Доколку се пресметаат соодветните прирасти за секоја итерација, ќе се добие дека критериумот е задоволен на крајот на осмата итерација, односно апсолутните вредности на прирастите на реалните и имагинарните делови на напоните се помали од до зволената толеранција:

$$\Delta\underline{U}_1^{(8)} = \underline{U}_1^{(8)} - \underline{U}_1^{(7)} = (0.9639586 - \text{j}0{,}0383801) - (0{,}9639591 - \text{j}0{,}0383799) =$$

$$= (5 - j2) \cdot 10^{-7}\,\text{p.u.} < 10^{-6}\,\text{p.u.}$$

$$\Delta\underline{U}_2^{(8)} = \underline{U}_2^{(8)} - \underline{U}_2^{(7)} = (0.9974242 - \text{j}0{,}0038215) - (0.9974244 - \text{j}0{,}0038214) =$$

$$= (-2 - j1) \cdot 10^{-7}\,\text{p.u.} < 10^{-6}\,\text{p.u.}$$

Резултатите од првите осум итерации се дадени во табела 1.

Табела 2.1. Напоните на јазлите по итерации

итерација	$\underline{U}_1$ (p.u.)	$\underline{U}_2$ (p.u.)
1	0,9679363-j0,0365559	0,9988499-j0,0031265
2	0,9648917-j0,0379607	0,9977525-j0,0036725
3	0,9641742-j0,0382885	0,9975002-j0,0037891
4	0,9640082-j0,0383598	0,9974418-j0,0038143
5	0,9639699-j0,0383756	0,9974282-j0,0038199
6	0,9639611-j0,0383791	0,9974251-j0,0038211
7	0,9639591-j0,0383799	0,9974244-j0,0038214
8	0,9639586-j0,0383801	0,9974242-j0,0038215

Тоа значи дека пресметаните напони во осмата итерација се сметаат за бараното решение. Изразени во апсолутни вредности (киловолти) се добиваат со множење со базниот напон:

$$\underline{U}_1 = (0{,}9639586 - \mathrm{j}0{,}0383801)\cdot 110 = (106{,}04 - \mathrm{j}4{,}22)\mathrm{kV} = 106{,}12\cdot e^{-\mathrm{j}2{,}27^\circ}\ \mathrm{kV}$$

$$\underline{U}_2 = (0{,}9974242 - \mathrm{j}0{,}0038215)\cdot 110 = (109{,}72 - \mathrm{j}0{,}42)\mathrm{kV} = 109{,}72\cdot e^{-\mathrm{j}0{,}22^\circ}\ \mathrm{kV}$$

<u>ЗАДАЧА 2.2</u>

Користејќи ги пресметаните комплексни напони од задачата 2.1, за системот од истата задача да се одредат:

а) инјектираната комплексна моќност во јазолот C;

б) тековите на моќности низ гранките на системот;

в) загубите на моќности во гранките на системот.

<u>РЕШЕНИЕ:</u>

а) Врз основа на пресметаните комплексни напони во јазлите, можат да се пресметаат непознатите инјектирани моќности, односно инјектираната комплексна моќност за јазолот ***C***. Непознатата инјектирана моќност на еден јазол се пресметува преку следната равенка:

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \cdot \sum_{k=1}^{n} \underline{Y}_{ik}^* \cdot \underline{U}_k^*$$

За јазолот ***C*** добиваме:

$$\underline{S}_3 = \underline{U}_3 \cdot \left[\underline{Y}_{31}^* \cdot \underline{U}_1^* + \underline{Y}_{32}^* \cdot \underline{U}_2^* + \underline{Y}_{33}^* \cdot \underline{U}_3^*\right] = (1 + \mathrm{j}0)\cdot[(-1{,}587174 - \mathrm{j}5{,}455077)\cdot$$
$$\cdot(0{,}9639586 + \mathrm{j}0{,}0383801) + (-2{,}645290 - \mathrm{j}9{,}091794)\cdot(0{,}9974242 + \mathrm{j}0{,}0038215) +$$
$$+ (4{,}232463 + \mathrm{j}14{,}533464)\cdot(1 - \mathrm{j}0)] = (0{,}30812813 + \mathrm{j}0{,}1355954)\mathrm{p.u.}$$

или во апсолутни вредности:

$$\underline{S}_3 = (0{,}30812813 + \mathrm{j}0{,}1355954)\cdot 100 = (30{,}81 + \mathrm{j}13{,}56)\mathrm{MVA}$$

б) Тековите на моќности во елементите на системот од типот водови и тоа на почетокот и на крајот од водот, се пресметуваат со следните релации:

$$\underline{S}_{k-l} = \underline{U}_k \cdot \left[\left(\underline{U}_k^* - \underline{U}_l^*\right)\cdot \underline{Y}_{k-l}^* + \underline{U}_k^* \cdot \frac{\left(\underline{Y}_{k-l}^{'}\right)^*}{2}\right]; \qquad \underline{S}_{l-k} = \underline{U}_l \cdot \left[\left(\underline{U}_l^* - \underline{U}_k^*\right)\cdot \underline{Y}_{k-l}^* + \underline{U}_l^* \cdot \frac{\left(\underline{Y}_{k-l}^{'}\right)^*}{2}\right]$$

За водот А-В се добива:

$$\underline{S}_{1-2} = \underline{U}_1 \cdot \left[\left(\underline{U}_1^* - \underline{U}_2^* \right) \cdot \underline{Y}_{1-2}^* + \underline{U}_1^* \cdot \frac{\left(\underline{Y}_{1-2}^{'} \right)^*}{2} \right] = \left(0{,}9639586 - j0{,}0383801 \right) \cdot$$

$$\cdot [\left(0{,}9639586 - j0{,}0383801 - 0{,}9974242 - j0{,}0038215 \right) \cdot \left(1{,}587174 + j5{,}455076 \right) +$$

$$+ \left(0{,}9639586 + j0{,}0383801 \right) \cdot \frac{1}{2} \left(- j0{,}0167585 \right)] = \left(- 0{,}2378284 - j0{,}1216290 \right) \text{p.u.}$$

$$\underline{S}_{1-2} = \left(- 0{,}2378284 - j0{,}1216290 \right) \cdot 100 = \left(- 23{,}78 - j12{,}16 \right) \text{MVA}$$

$$\underline{S}_{2-1} = \underline{U}_2 \cdot \left[\left(\underline{U}_2^* - \underline{U}_1^* \right) \cdot \underline{Y}_{1-2}^* + \underline{U}_2^* \cdot \frac{\left(\underline{Y}_{1-2}^{'} \right)^*}{2} \right] = \left(0{,}9974242 - j0{,}0038215 \right) \cdot$$

$$\cdot [\left(0{,}9974242 + j0{,}0038215 - 0{,}9639586 - j0{,}0383801 \right) \cdot \left(1{,}587174 + j5{,}455076 \right) +$$

$$+ \left(0{,}9974242 + j0{,}0038215 \right) \cdot \frac{1}{2} \left(- j0{,}0167585 \right)] = \left(0{,}2415015 + j0{,}1181187 \right) \text{p.u.}$$

$$\underline{S}_{2-1} = \left(0{,}2415015 + j0{,}1181187 \right) \cdot 100 = \left(24{,}15 + j11{,}81 \right) \text{MVA}$$

За водот А-С се добива:

$$\underline{S}_{1-3} = \underline{U}_1 \cdot \left[\left(\underline{U}_1^* - \underline{U}_3^* \right) \cdot \underline{Y}_{1-3}^* + \underline{U}_1^* \cdot \frac{\left(\underline{Y}_{1-3}^{'} \right)^*}{2} \right] = \left(0{,}9639586 - j0{,}0383801 \right) \cdot$$

$$\cdot [\left(0{,}9639586 + j0{,}0383801 - 1 \right) \cdot \left(1{,}587174 + j5{,}455076 \right) +$$

$$+ \left(0{,}9639586 + j0{,}0383801 \right) \cdot \frac{1}{2} \left(- j0{,}0167585 \right)] = \left(- 0{,}2621708 - j0{,}1283698 \right) \text{p.u.}$$

$$\underline{S}_{1-3} = \left(- 0{,}2621708 - j0{,}1283698 \right) \cdot 100 = \left(- 26{,}22 - j12{,}84 \right) \text{MVA}$$

$$\underline{S}_{3-1} = \underline{U}_3 \cdot \left[\left(\underline{U}_3^* - \underline{U}_1^* \right) \cdot \underline{Y}_{1-3}^* + \underline{U}_3^* \cdot \frac{\left(\underline{Y}_{1-3}^{'} \right)^*}{2} \right] = \left(1 - j0 \right) \cdot$$

$$\cdot [\left(1 - 0{,}9639586 - j0{,}0383801 \right) \cdot \left(1{,}587174 + j5{,}455076 \right) +$$

$$+ \left(1 - j0 \right) \cdot \frac{1}{2} \left(- j0{,}0167585 \right)] = \left(0{,}2665705 + j0{,}1273137 \right) \text{p.u.}$$

$$\underline{S}_{3-1} = \left(0{,}2665705 + j0{,}1273137 \right) \cdot 100 = \left(26{,}66 + j12{,}73 \right) \text{MVA}$$

За водот В-С се добива:

$$\underline{S}_{2-3} = \underline{U}_2 \cdot \left[\left(\underline{U}_2^* - \underline{U}_3^* \right) \cdot \underline{Y}_{2-3}^* + \underline{U}_2^* \cdot \frac{\left(\underline{Y}_{2-3}^{'} \right)^*}{2} \right] = \left(0{,}9974242 - j0{,}0038215 \right) \cdot$$

$$\cdot [\left(0{,}9974242 + j0{,}0038215 - 1 - j0 \right) \cdot \left(2{,}645289 + j9{,}091794 \right) +$$

$$+ \left(0{,}9974242 + j0{,}0038215 \right) \cdot \frac{1}{2} \left(- j0{,}010055 \right)] = \left(- 0{,}0415015 - j0{,}01811798 \right) \text{p.u.}$$

$$\underline{S}_{2-3} = \left(- 0{,}0415015 - j0{,}01811798 \right) \cdot 100 = \left(- 4{,}15 - j1{,}81 \right) \text{MVA}$$

$$\underline{S}_{3-2} = \underline{U}_3 \cdot \left[\left(\underline{U}_3^* - \underline{U}_2^* \right) \cdot \underline{Y}_{2-3}^* + \underline{U}_3^* \cdot \frac{\left(\underline{Y}_{2-3}^{'} \right)^*}{2} \right] = (1 - \mathrm{j}0) \cdot$$

$$\cdot [(1 - 0{,}9974242 - \mathrm{j}0{,}0038215) \cdot (2{,}645289 + \mathrm{j}9{,}091794) +$$

$$+ (1 - \mathrm{j}0) \cdot \frac{1}{2} (- \mathrm{j}0{,}010055)] = (0{,}0415577 + \mathrm{j}0{,}00828177)\text{p.u.}$$

$$\underline{S}_{3-1} = (0{,}0415577 + \mathrm{j}0{,}00828177) \cdot 100 = (4{,}16 + \mathrm{j}0{,}83)\text{MVA}$$

в) Загубите на моќност во секој од елементите на системот можат да се определат како збир од тековите на моќности на почетокот и на крајот од водот :

$$\Delta \underline{S}_{k-l} = \underline{S}_{k-l} + \underline{S}_{l-k}$$

За водот А-В се добива:

$$\Delta \underline{S}_{1-2} = \underline{S}_{1-2} + \underline{S}_{2-1} = (-0{,}2378284 - \mathrm{j}0{,}1216290) + (0{,}2415015 + \mathrm{j}0{,}1181187) =$$
$$= (0{,}0036731 - \mathrm{j}0{,}0035103)\text{p.u.}$$

$$\Delta \underline{S}_{1-2} = (0{,}0036731 - \mathrm{j}0{,}0035103) \cdot 100 = (0{,}37 - \mathrm{j}0{,}35)\text{MVA}$$

За водот А-С се добива:

$$\Delta \underline{S}_{1-3} = \underline{S}_{1-3} + \underline{S}_{3-1} = (-0{,}2621708 - \mathrm{j}0{,}1283698) + (0{,}2665705 + \mathrm{j}0{,}1273137) =$$
$$= (0{,}004399 - \mathrm{j}0{,}001056)\text{p.u.}$$

$$\Delta \underline{S}_{1-3} = (0{,}004399 - \mathrm{j}0{,}001056) \cdot 100 = (0{,}44 - \mathrm{j}0{,}11)\text{MVA}$$

За водот В-С се добива:

$$\Delta \underline{S}_{2-3} = \underline{S}_{2-3} + \underline{S}_{3-2} = (-0{,}0415015 - \mathrm{j}0{,}01811798) + (0{,}0415577 + \mathrm{j}0{,}00828177) =$$
$$= (0{,}0000562 - \mathrm{j}0{,}009836)\text{MVA}$$

$$\Delta \underline{S}_{2-3} = (0{,}0000562 - \mathrm{j}0{,}009836) \cdot 100 = (0{,}01 - \mathrm{j}0{,}98)\text{MVA}$$

Вкупните загуби во системот се:

$$\Delta \underline{S} = \Delta \underline{S}_{1-2} + \Delta \underline{S}_{1-3} + \Delta \underline{S}_{2-3} = (0{,}0036731 - \mathrm{j}0{,}0035103) + (0{,}004399 - \mathrm{j}0{,}001056) +$$
$$+ (0{,}0000562 - \mathrm{j}0{,}009836) = (0{,}0081283 - \mathrm{j}0{,}01440269)\text{p.u.}$$

$$\Delta \underline{S} = (0{,}0081283 - \mathrm{j}0{,}01440269) \cdot 100 = (0{,}81 - \mathrm{j}1{,}44)\text{MVA}$$

<u>ЗАДАЧА 2.3</u>

Еден електроенергетски систем е претставен со својата матрица на адмитанции на независни јазли во единечни вредности $\underline{\mathbf{Y}}$:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 2 - j20 & -1 + j10 & -1 + j10 & 0 \\ -1 + j10 & 3 - j30 & -1 + j10 & -1 + j10 \\ -1 + j10 & -1 + j10 & 3 - j30 & -1 + j10 \\ 0 & -1 + j10 & -1 + j10 & 2 - j20 \end{bmatrix}$$

а) На основа на познатата матрица $\underline{\mathbf{Y}}$ да се изврши реконструкција на тополошката структура на ЕЕС и да се пресметаат параметрите на системот;

б) Да се пресметаат непознатите напони на системот после првата итерација на пресметка на тековите на моќности со Њутн-Рафсоновиот метод. Податоците за јазлите се дадени во табелата 2.2.

в) Врз основа на точните пресметани напони со помош на компјутерска програма во точката б), да се пресметаат вкупните загуби на активна моќност во системот.

Напомена: Да се усвои базен напон и базна моќност: $U_B = 220\,\text{kV}$ и $S_B = 100\,\text{MVA}$

Табела 2.2. Податоци за јазлите на системот:

име	U (p.u.)	θ (rad)	P_g (p.u.)	P_p (p.u.)	Q_g (p.u.)	Q_p (p.u.)
1	-	-	0	0,6	0	0,2
2	-	-	1,1	0,5	0,5	0,1
3	-	-	0	0,4	0	0,05
4	1,05	0	-	0	-	0

<u>РЕШЕНИЕ:</u>

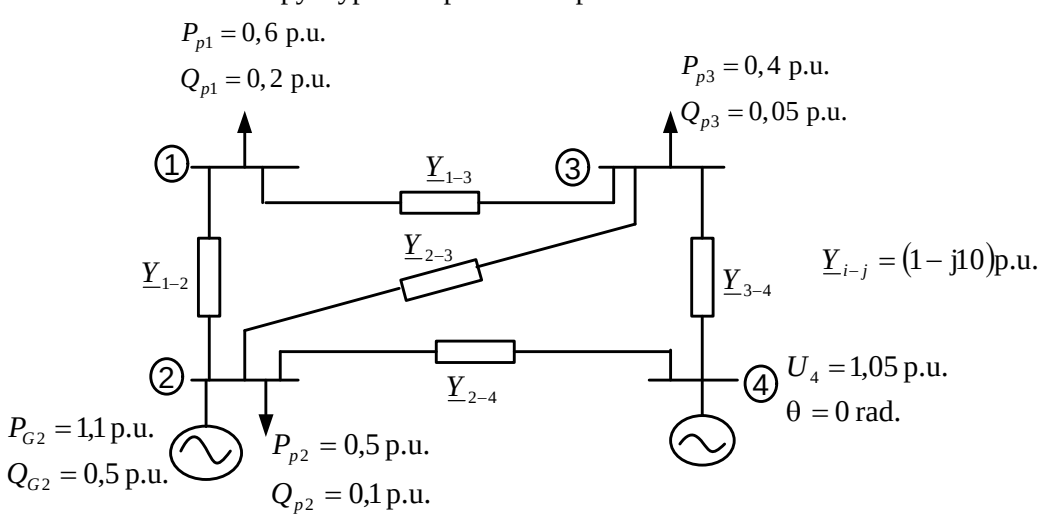
а) Најлесен начин за да се изврши реконструкција на тополошката структура на мрежата, е со користење на вондијагоналните елементи на дадената матрица на адмитанции на системот. Знаеме дека елементот $\underline{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{kl}} = \underline{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{lk}}$ на матрицата на адмитанции е еднаков на сумата на адмитанциите на сите гранки што директно ги поврзуваат јазлите ***k*** и ***l***, со променет знак. Согласно ова следи дека адмитанциите на подолжните гранки на елементите на системот се:

$$\underline{Y}_{1-2} = -\underline{Y}_{12} = -(-1 + \text{j}10) = (1 - \text{j}10)\text{p.u.}$$
$$\underline{Y}_{1-3} = -\underline{Y}_{13} = -(-1 + \text{j}10) = (1 - \text{j}10)\text{p.u.}$$
$$\underline{Y}_{1-4} = -\underline{Y}_{14} = 0$$
$$\underline{Y}_{2-3} = -\underline{Y}_{23} = -(-1 + \text{j}10) = (1 - \text{j}10)\text{p.u.}$$
$$\underline{Y}_{2-4} = -\underline{Y}_{24} = -(-1 + \text{j}10) = (1 - \text{j}10)\text{p.u.}$$
$$\underline{Y}_{3-4} = -\underline{Y}_{34} = -(-1 + \text{j}10) = (1 - \text{j}10)\text{p.u.}$$

Сега мора да се изврши проверка дали има во некој јазол попречни гранки. Тоа ќе го направиме со помош на дијагоналните членови на матрицата.

$$\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{1-2} + \underline{Y}_{1-3} + \underline{Y}_{1-4} = 2 \cdot (1 - \text{j}10) + 0 = (3 - \text{j}30)\text{p.u.}$$
$$\underline{Y}_{22} = \underline{Y}_{2-1} + \underline{Y}_{2-3} + \underline{Y}_{2-4} = 3 \cdot (1 - \text{j}10) = (3 - \text{j}30)\text{p.u.}$$
$$\underline{Y}_{33} = \underline{Y}_{3-1} + \underline{Y}_{3-2} + \underline{Y}_{3-4} = 3 \cdot (1 - \text{j}10) = (3 - \text{j}30)\text{p.u.}$$
$$\underline{Y}_{44} = \underline{Y}_{4-1} + \underline{Y}_{4-2} + \underline{Y}_{4-3} = 0 + 2 \cdot (1 - \text{j}10) = (2 - \text{j}20)\text{p.u.}$$

Можи да се забележи дека мрежата нема попречни гранки, односно тие се занемарени. Конечно тополошката структура на мрежата е прикажана на сликата 2.2:



б) Слично како кај Гаус Зајделовиот метод, кај јазлите од типот PQ (јазли 1, 2 и 3), претпоставуваме рамен старт (flat start):

$$\underline{U}_1^{(0)} = \underline{U}_2^{(0)} = \underline{U}_3^{(0)} = 1{,}0 \cdot e^{j0} \text{ p.u.}$$

Дадените моќности во јазлите се:

$$\text{јазол 1: } \underline{S}_1 = (-0{,}6 - \text{j}0{,}2)\text{p.u.}$$

$$\text{јазол 2: } \underline{S}_2 = ((1{,}1 - 0{,}5) + \text{j}(0{,}5 - 0{,}1)) = (0{,}6 + \text{j}0{,}4)\text{p.u.}$$

$$\text{јазол 3: } \underline{S}_3 = (-0{,}4 - \text{j}0{,}05)\text{p.u.}$$

За балансниот (slack) јазол имаме:

$$\underline{U}_4 = 1{,}05 \cdot e^{j0} \text{ p.u.}$$

Сега можат да се пресметаат инјектираните моќности во јазлите на системот кои е погодно да се пресметуваат на почетокот на секоја итерација, бидејќи потоа се користат за пресметка на дијагоналните елементи на Јакобијанот. Ќе се користи следната форма на равенките за инјектираните активни и реактивни моќности во јазлите:

$$P_i = U_i \cdot \sum_{k=1}^{n} U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos\theta_{ik} + B_{ik} \cdot \sin\theta_{ik}) = G_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos\theta_{ik} + B_{ik} \cdot \sin\theta_{ik})$$

$$Q_i = U_i \cdot \sum_{k=1}^{n} U_k \cdot (G_{ik} \cdot \sin\theta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\theta_{ik}) = -B_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} U_k \cdot (G_{ik} \cdot \sin\theta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\theta_{ik})$$

За јазолот 1 имаме:

$$P_{1\text{pres.}}^{(0)} = G_{11} \cdot \left(U_1^{(0)}\right)^2 + U_1^{(0)} \cdot [U_2^{(0)} \cdot (G_{12} \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) + B_{12} \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2)) + U_3^{(0)} \cdot$$
$$(G_{13} \cdot \cos(\theta_1 - \theta_3) + B_{13} \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3))] = 2 \cdot 1^2 + 1 \cdot [1 \cdot (-1 \cdot \cos(0) + 10 \cdot \sin(0)) +$$
$$+ 1 \cdot (-1 \cdot \cos(0) + 10 \cdot \sin(0)) = 0 \text{ p.u.}$$

$$Q_{1\text{pres.}}^{(0)} = -B_{11} \cdot \left(U_1^{(0)}\right)^2 + U_1^{(0)} \cdot [U_2^{(0)} \cdot (G_{12} \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) - B_{12} \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2)) + U_3^{(0)} \cdot$$
$$(G_{13} \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3) - B_{13} \cdot \cos(\theta_1 - \theta_3))] = -(-20) \cdot 1^2 + 1 \cdot [1 \cdot (-1 \cdot \sin(0) - 10 \cdot \cos(0)) +$$
$$+ 1 \cdot (-1 \cdot \sin(0) - 10 \cdot \cos(0)) = 0 \text{ p.u.}$$

За јазолот 2 имаме:

$$P_{2\text{pres.}}^{(0)} = G_{22} \cdot \left(U_2^{(0)}\right)^2 + U_2^{(0)} \cdot [U_1^{(0)} \cdot (G_{21} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1) + B_{21} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_1)) + U_3^{(0)} \cdot$$
$$(G_{23} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_3) + B_{23} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_3)) + U_4 \cdot (G_{24} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_4) + B_{24} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_4))] =$$
$$= 3 \cdot 1^2 + 1 \cdot [1 \cdot (-1 \cdot \cos(0) + 10 \cdot \sin(0)) + 1 \cdot (-1 \cdot \cos(0) + 10 \cdot \sin(0)) + 1{,}05 \cdot (-1 \cdot \cos(0) + 10 \cdot \sin(0))] =$$
$$= -0{,}05 \text{ p.u.}$$

$$Q_{2\text{pres.}}^{(0)} = -B_{22} \cdot \left(U_2^{(0)}\right)^2 + U_2^{(0)} \cdot [U_1^{(0)} \cdot (G_{21} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_1) - B_{21} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1)) + U_3^{(0)} \cdot$$
$$(G_{23} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_3) - B_{23} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_3)) + U_4 \cdot (G_{24} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_4) - B_{24} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_4))] = -(-30) 1^2 +$$
$$+ 1 \cdot [1 \cdot (-1 \cdot \sin(0) - 10 \cdot \cos(0)) + 1 \cdot (-1 \cdot \sin(0) - 10 \cdot \cos(0)) + 1{,}05 \cdot (-1 \cdot \sin(0) - 10 \cdot \cos(0)) = -0{,}5 \text{ p.u.}$$

За јазолот 3 имаме:

$$P_{3\text{pres.}}^{(0)} = G_{33}\cdot\left(U_3^{(0)}\right)^2 + U_3^{(0)}\cdot[U_1^{(0)}\cdot\left(G_{31}\cdot\cos(\theta_3-\theta_1)+B_{31}\cdot\sin(\theta_3-\theta_1)\right)+U_2^{(0)}\cdot$$
$$\left(G_{32}\cdot\cos(\theta_3-\theta_2)+B_{32}\cdot\sin(\theta_3-\theta_2)\right)+U_4\cdot\left(G_{34}\cdot\cos(\theta_3-\theta_4)+B_{34}\cdot\sin(\theta_2-\theta_4)\right)]=$$
$$=3\cdot 1^2+1\cdot[1\cdot\left(-1\cdot\cos(0)+10\cdot\sin(0)\right)+1\cdot\left(-1\cdot\cos(0)+10\cdot\sin(0)\right)+1{,}05\cdot\left(-1\cdot\cos(0)+10\cdot\sin(0)\right)]=$$
$$=-0{,}05\ \text{p.u.}$$

$$Q_{3\text{pres.}}^{(0)} = -B_{33}\cdot\left(U_3^{(0)}\right)^2 + U_3^{(0)}\cdot[U_1^{(0)}\cdot\left(G_{31}\cdot\sin(\theta_3-\theta_1)-B_{31}\cdot\cos(\theta_3-\theta_1)\right)+U_2^{(0)}\cdot$$
$$\left(G_{32}\cdot\sin(\theta_3-\theta_2)-B_{32}\cdot\cos(\theta_3-\theta_2)\right)+U_4\cdot\left(G_{34}\cdot\sin(\theta_3-\theta_4)-B_{34}\cdot\cos(\theta_3-\theta_4)\right)]=-\left(-30\right)1^2+$$
$$+1\cdot[1\cdot\left(-1\cdot\sin(0)-10\cdot\cos(0)\right)+1\cdot\left(-1\cdot\sin(0)-10\cdot\cos(0)\right)+1{,}05\cdot\left(-1\cdot\sin(0)-10\cdot\cos(0)\right)=-0{,}5\ \text{p.u.}$$

$$\Delta P^{(0)} = P - P_{(\text{pres.})}^{(0)} = \begin{bmatrix}-0{,}6\\0{,}6\\-0{,}4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0{,}0\\-0{,}05\\-0{,}05\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0{,}6\\0{,}65\\-0{,}35\end{bmatrix}$$

$$\Delta Q^{(0)} = Q - Q_{(\text{pres.})}^{(0)} = \begin{bmatrix}-0{,}2\\0{,}4\\-0{,}05\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0{,}0\\-0{,}5\\-0{,}5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0{,}2\\0{,}9\\0{,}45\end{bmatrix}$$

Следуваат пресметките на елементите на јакобијанот, кој ќе има димензии еднакви на бројот на непознати на системот, односно три агли на напони (n-1) и три модули на напони (q):

$$(n-1+q)\times(n-1+q)=(4-1+3)\times(4-1+3)=6\times 6$$

каде што, n е вкупниот број на јазли на системот, а q е бројот на PQ јазли во системот. Општата форма на Јакобијанот, односно неговите субматрици, е:

$$\begin{bmatrix}\dfrac{\partial P}{\partial\theta} & \dfrac{\partial P}{\partial U}U\\ \dfrac{\partial Q}{\partial\theta} & \dfrac{\partial Q}{\partial U}U\end{bmatrix}_{(n-1+q)x(n-1+q)} = \begin{bmatrix}\mathbf{H}_{(n-1)\text{x}(n-1)} & \mathbf{N}_{(n-1)\text{x}q}\\ \mathbf{M}_{q\text{x}(n-1)} & \mathbf{L}_{qxq}\end{bmatrix}$$

Односно за нашиот случај:

$$\begin{bmatrix}
\dfrac{\partial P_1}{\partial\theta_1} & \dfrac{\partial P_1}{\partial\theta_2} & \dfrac{\partial P_1}{\partial\theta_3} & \dfrac{\partial P_1}{\partial U_1}U_1 & \dfrac{\partial P_1}{\partial U_2}U_2 & \dfrac{\partial P_1}{\partial U_3}U_3\\
\dfrac{\partial P_2}{\partial\theta_1} & \dfrac{\partial P_2}{\partial\theta_2} & \dfrac{\partial P_2}{\partial\theta_3} & \dfrac{\partial P_2}{\partial U_1}U_1 & \dfrac{\partial P_2}{\partial U_2}U_2 & \dfrac{\partial P_2}{\partial U_3}U_3\\
\dfrac{\partial P_3}{\partial\theta_1} & \dfrac{\partial P_3}{\partial\theta_2} & \dfrac{\partial P_3}{\partial\theta_3} & \dfrac{\partial P_3}{\partial U_1}U_1 & \dfrac{\partial P_3}{\partial U_2}U_2 & \dfrac{\partial P_3}{\partial U_3}U_3\\
\dfrac{\partial Q_1}{\partial\theta_1} & \dfrac{\partial Q_1}{\partial\theta_2} & \dfrac{\partial Q_1}{\partial\theta_3} & \dfrac{\partial Q_1}{\partial U_1}U_1 & \dfrac{\partial Q_1}{\partial U_2}U_2 & \dfrac{\partial Q_1}{\partial U_3}U_3\\
\dfrac{\partial Q_2}{\partial\theta_1} & \dfrac{\partial Q_2}{\partial\theta_2} & \dfrac{\partial Q_2}{\partial\theta_3} & \dfrac{\partial Q_2}{\partial U_1}U_1 & \dfrac{\partial Q_2}{\partial U_2}U_2 & \dfrac{\partial Q_2}{\partial U_3}U_3\\
\dfrac{\partial Q_3}{\partial\theta_1} & \dfrac{\partial Q_3}{\partial\theta_2} & \dfrac{\partial Q_3}{\partial\theta_3} & \dfrac{\partial Q_3}{\partial U_1}U_1 & \dfrac{\partial Q_3}{\partial U_2}U_2 & \dfrac{\partial Q_3}{\partial U_3}U_3
\end{bmatrix}$$

Членовите на субматриците H и L со исти индекси се:

$$H_{11} = -Q_{1\text{pres}}^{(0)} - B_{11} \cdot \left(U_1^{(0)}\right)^2 = 0 - (-20) \cdot 1,0^2 = 20 \text{ p.u.}$$

$$H_{22} = -Q_{2\text{pres}}^{(0)} - B_{22} \cdot \left(U_2^{(0)}\right)^2 = -(-0,5) - (-30) \cdot 1,0^2 = 30,5 \text{ p.u.}$$

$$H_{33} = -Q_{3\text{pres}}^{(0)} - B_{33} \cdot \left(U_3^{(0)}\right)^2 = -(-0,5) - (-30) \cdot 1,0^2 = 30,5 \text{ p.u.}$$

$$L_{11} = Q_{1\text{pres}}^{(0)} - B_{11} \cdot \left(U_1^{(0)}\right)^2 = 0 - (-20) \cdot 1,0^2 = 20 \text{ p.u.}$$

$$L_{22} = Q_{2\text{pres}}^{(0)} - B_{22} \cdot \left(U_2^{(0)}\right)^2 = -0,5 - (-30) \cdot 1,0^2 = 29,5 \text{ p.u.}$$

$$L_{33} = Q_{3\text{pres}}^{(0)} - B_{33} \cdot \left(U_3^{(0)}\right)^2 = -0,5 - (-30) \cdot 1,0^2 = 29,5 \text{ p.u.}$$

Членовите на субматриците H и L со различни индекси се:

$$H_{12} = L_{12} = U_1^{(0)} \cdot U_2^{(0)} \cdot \left(G_{12} \cdot \sin\theta_{12} - B_{12} \cdot \cos\theta_{12}\right) = 1,0 \cdot 1,0 \cdot (-1 \cdot 0 - 10,0 \cdot 1,0) = -10,0 \text{ p.u.}$$

$$H_{21} = L_{21} = U_2^{(0)} \cdot U_1^{(0)} \cdot \left(G_{21} \cdot \sin\theta_{21} - B_{21} \cdot \cos\theta_{21}\right) = 1,0 \cdot 1,0 \cdot (-1 \cdot 0 - 10 \cdot 1,0) = -10,0 \text{ p.u.}$$

$$H_{13} = L_{13} = U_1^{(0)} \cdot U_3^{(0)} \cdot \left(G_{13} \cdot \sin\theta_{13} - B_{13} \cdot \cos\theta_{13}\right) = 1,0 \cdot 1,0 \cdot (-1 \cdot 0 - 10,0 \cdot 1,0) = -10,0 \text{ p.u.}$$

$$H_{31} = L_{31} = U_3^{(0)} \cdot U_1^{(0)} \cdot \left(G_{31} \cdot \sin\theta_{31} - B_{31} \cdot \cos\theta_{31}\right) = 1,0 \cdot 1,0 \cdot (-1 \cdot 0 - 10,0 \cdot 1,0) = -10,0 \text{ p.u.}$$

$$H_{23} = L_{23} = U_2^{(0)} \cdot U_3^{(0)} \cdot \left(G_{23} \cdot \sin\theta_{23} - B_{23} \cdot \cos\theta_{23}\right) = 1,0 \cdot 1,0 \cdot (-1 \cdot 0 - 10,0 \cdot 1,0) = -10,0 \text{ p.u.}$$

$$H_{32} = L_{32} = U_3^{(0)} \cdot U_2^{(0)} \cdot \left(G_{32} \cdot \sin\theta_{32} - B_{32} \cdot \cos\theta_{32}\right) = 1,0 \cdot 1,0 \cdot (-1 \cdot 0 - 10,0 \cdot 1,0) = -10,0 \text{ p.u.}$$

Елементите на субматриците N и M се:

$$N_{11} = P_{1\text{pres}}^{(0)} + G_{11} \cdot \left(U_1^{(0)}\right)^2 = 0 + 2 \cdot 1,0^2 = 2,00 \text{ p.u.}$$

$$M_{11} = P_{1\text{pres}}^{(0)} - G_{11} \cdot \left(U_1^{(0)}\right)^2 = 0 - 2 \cdot 1,0^2 = -2,00 \text{ p.u.}$$

$$N_{22} = P_{2\text{pres}}^{(0)} + G_{22} \cdot \left(U_2^{(0)}\right)^2 = -0,05 + 3,0 \cdot 1,0^2 = 2,95 \text{ p.u.}$$

$$M_{22} = P_{2\text{pres}}^{(0)} - G_{22} \cdot \left(U_2^{(0)}\right)^2 = -0,05 - 3,0 \cdot 1,0^2 = -3,05 \text{ p.u.}$$

$$N_{33} = P_{3\text{pres}}^{(0)} + G_{33} \cdot \left(U_3^{(0)}\right)^2 = -0,05 + 3,0 \cdot 1,0^2 = 2,95 \text{ p.u.}$$

$$M_{33} = P_{3\text{pres}}^{(0)} - G_{33} \cdot \left(U_3^{(0)}\right)^2 = -0,05 - 3,0 \cdot 1,0^2 = -3,05 pu$$

$$N_{12} = -M_{12} = U_1^{(0)} \cdot U_2^{(0)} \cdot \left(G_{12} \cdot \cos\theta_{12} + B_{12} \cdot \sin\theta_{12}\right) = 1,0 \cdot 1,0 \cdot (-1 \cdot 1 + 10 \cdot 0) = -1,0 \text{ p.u.}$$

$$N_{21} = -M_{21} = U_2^{(0)} \cdot U_1^{(0)} \cdot \left(G_{21} \cdot \cos\theta_{21} + B_{21} \cdot \sin\theta_{21}\right) = 1,0 \cdot 1,0 \cdot (-1 \cdot 1 + 10 \cdot 0) = -1,0 \text{ p.u.}$$

$$N_{13} = -M_{13} = U_1^{(0)} \cdot U_3^{(0)} \cdot \left(G_{13} \cdot \cos\theta_{13} + B_{13} \cdot \sin\theta_{13}\right) = 1,0 \cdot 1,0 \cdot (-1 \cdot 1 + 10 \cdot 0) = -1,0 \text{ p.u.}$$

$$N_{31} = -M_{31} = U_3^{(0)} \cdot U_1^{(0)} \cdot \left(G_{31} \cdot \cos\theta_{31} + B_{31} \cdot \sin\theta_{31}\right) = 1,0 \cdot 1,0 \cdot (-1 \cdot 1 + 10 \cdot 0) = -1,0 \text{ p.u.}$$

$$N_{23} = -M_{23} = U_2^{(0)} \cdot U_3^{(0)} \cdot \left(G_{23} \cdot \cos\theta_{23} + B_{23} \cdot \sin\theta_{23}\right) = 1,0 \cdot 1,0 \cdot (-1 \cdot 1 + 10 \cdot 0) = -1,0 \text{ p.u.}$$

$$N_{32} = -M_{32} = U_3^{(0)} \cdot U_2^{(0)} \cdot \left(G_{32} \cdot \cos\theta_{32} + B_{32} \cdot \sin\theta_{32}\right) = 1,0 \cdot 1,0 \cdot (-1 \cdot 1 + 10 \cdot 0) = -1,0 \text{ p.u.}$$

Во првата итерација треба да се реши следниов систем на равенки, претставен во матрична форма:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{H} & \boldsymbol{N} \\ \boldsymbol{M} & \boldsymbol{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta\boldsymbol{U} / \boldsymbol{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{P} \\ \Delta\boldsymbol{Q} \end{bmatrix}$$ или ако се заменат вредностите ќе се добие:

$$\begin{bmatrix} 20 & -10 & -10 & 2 & -1 & -1 \\ -10 & 30,5 & -10 & -1 & 2,95 & -1 \\ -10 & -10 & 30,5 & -1 & -1 & 2,95 \\ -2 & 1 & 1 & 20 & -10 & -10 \\ 1 & -3,05 & 1 & -10 & 29,5 & -10 \\ 1 & 1 & -3,05 & -10 & -10 & 29,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta U_1 / U_1 \\ \Delta U_2 / U_2 \\ \Delta U_3 / U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,6 \\ 0,65 \\ -0,45 \\ -0,2 \\ 0,9 \\ 0,45 \end{bmatrix}$$

Со решавање на системот линеарни равенки се пресметуваат прирастите на аглите и релативните прирасти на напоните:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta U_1 / U_1 \\ \Delta U_2 / U_2 \\ \Delta U_3 / U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,04288 \\ -0,00790 \\ -0,031240 \\ 0,045493 \\ 0,065257 \\ 0,051471 \end{bmatrix}$$

Новите вредности на аглите и напоните, кои се влезни вредности за следната итерација се :

$$\begin{bmatrix} \theta_1^{(1)} \\ \theta_2^{(1)} \\ \theta_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1^{(0)} + \Delta\theta_1^{(0)} \\ \theta_2^{(0)} + \Delta\theta_2^{(0)} \\ \theta_3^{(0)} + \Delta\theta_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + (-0,04288) \\ 0 + (-0,0079) \\ 0 + (-0,03124) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,04288 \\ -0,0079 \\ -0,03124 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_1^{(1)} \\ U_2^{(1)} \\ U_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1^{(0)} + U_1^{(0)} \cdot \left(\dfrac{\Delta U_1}{U_1} \right)^{(0)} \\ U_2^{(0)} + U_2^{(0)} \cdot \left(\dfrac{\Delta U_2}{U_2} \right)^{(0)} \\ U_3^{(0)} + U_3^{(0)} \cdot \left(\dfrac{\Delta U_3}{U_3} \right)^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,0 + 1,0 \cdot (0,045493) \\ 1,0 + 1,0 \cdot 0,065257 \\ 1,0 + 1,0 \cdot 0,051471 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,045493 \\ 1,065257 \\ 1,051471 \end{bmatrix}$$

в) После три итерации со Њутн-Рафсоновиот метод е задоволен условот за престанок на итеративното пресметување и се добиваат точните конечни напони кои се:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \\ \underline{U}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,039749 - j0,046602 \\ 1,059961 - j0,008431 \\ 1,046709 - j0,030709 \\ 1,050000 - j0,00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,041 \cdot e^{-j1,2^o} \\ 1,06 \cdot e^{-j0,43^o} \\ 1,047 \cdot e^{-j1,03^o} \\ 1,05 \cdot e^{j0^o} \end{bmatrix}$$

Вкупните загуби на моќност во елементите на системот можат да се пресметаат како збир од инјектираните моќности во јазлите на системот. За таа цел потребно е да се пресмета инјектираната моќност во јазолот 4 (slack јазолот):

$$\underline{\boldsymbol{S}}_{\boldsymbol{i}} = \underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{i}} \cdot \sum_{\boldsymbol{k}=1}^{\boldsymbol{n}} \underline{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{ik}}^{*} \cdot \underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{k}}^{*}$$

$$\underline{S}_4 = \underline{U}_4 \cdot \left[\underline{Y}_{41}^{*} \cdot \underline{U}_1^{*} + \underline{Y}_{42}^{*} \cdot \underline{U}_2^{*} + \underline{Y}_{43}^{*} \cdot \underline{U}_3^{*} + \underline{Y}_{44}^{*} \cdot \underline{U}_4^{*} \right] = 1,05 \cdot [0 + (-1 - j10) \cdot (1,059961 + j0,008431) +$$

$$+ (-1 - j10) \cdot (1,046709 + j0,030709) + (2 + j20) \cdot 1,05] =$$

$$= (0,4039696 - j0,11113351)\text{p.u.} = (0,4039696 - j0,1111\,3351) \cdot 100 = (40,397 - j11,113)\text{MVA}$$

Вкупните загуби системот можат да се пресметаат и со сумирање на инјектираните комплексни моќности во сите јазли на мрежата:

$$\Delta\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 + \underline{S}_4 = (-0,6 - j0,2) + (0,6 + j0,4) +$$
$$+(-0,4 - j0,05) + (0,40396961 - j0,11113351) = (0,00396961 + j\,0,03963764)\text{p.u.} =$$
$$= (0,396 + j3,964)\text{MVA}$$

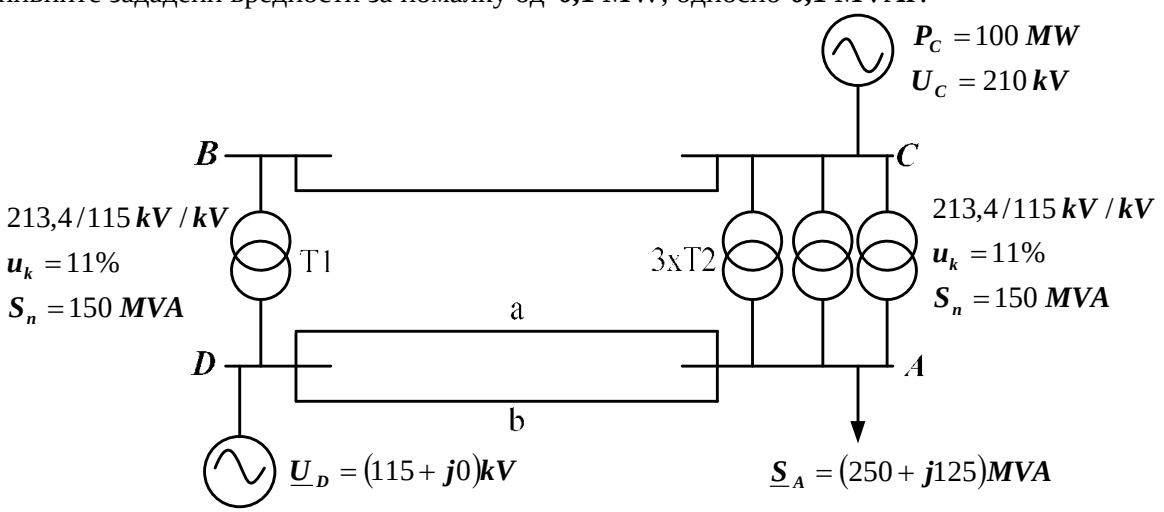
ЗАДАЧА 2.4

За електроенергетскиот систем чија еднополна шема е прик ажана на сликата , да се определат:

а) типовите на јазли на ЕЕС

б) матрицата на адмитанции на ЕЕС во единечни вредности.

в) со помош на Њутн-Рафсоновиот метод да се пресметаат непознатите напони на јазлите. Процесот на итеративно пресметување да се смета за завршен во итерацијата во која пресметаните инјектирани активни и реактивни моќности во јазлите се разликуваат од нивните зададени вредности за помалку од **0,1 MW**, односно **0,1 MVAr**.



Податоците за јазлите и трансформаторите се дадени на сликата. Податоците за параметрите на водовите се прикажани во табелата 2.3.

Табела 2.3 Податоци за водовите

Вод	U_n [kV]	$\underline{Z}_v$ [Ω]	jB_v [μS]
A-D (a)	110	10,71+j36,70	j 253,65
A-D (b)	110	10,09+j33,76	j 244,81
B-C	220	5,22+j27,51	j 176,85

РЕШЕНИЕ:

Усвојуваме базна моќност $S_B = 100$ MVA . Бидејќи во системот постојат две напонски нивоа, базните напони ќе земеме дека се еднакви на номин алните напони на системот, односно $U_{B(110)} = 110$ kV и $U_{B(220)} = 220$ kV . Соодветно базните импеданции се:

$$Z_{B(110)} = \frac{U_{B(110)}^2}{S_B} = \frac{110^2}{100} = 121$$

$$Z_{B(220)} = \frac{U_{B(220)}^2}{S_B} = \frac{220^2}{100} = 484\ \Omega$$

а) Типовите на јазли на дадениот ЕЕС се:

- Јазолот A е од типот PQ односно јазол за кој се познати инјектираната активна и реактивна моќност на потрошувачите,
- Јазолот B е од типот PQ односно јазол за кој се познати инјектираната активна и реактивна моќност, кои се нула,
- Јазолот C е јазол од типот PU, за кој се познати инјектираната активна моќност на генераторот и ефективната вредност на напонот. Во јазолот C бидејќи не се зададени максималната и минималната реактивна моќност $\boldsymbol{Q}_{\max}, \boldsymbol{Q}_{\min}$, ќе сметаме дека нема ограничувања за производството на реактивна моќност.
- Јазолот D е јазол од типот slack за кој се познати ефективнта вредност и фазниот агол на напонот или јазол со познат напон.

Потоа треба да се изврши нумерација на јазлите. Нумерацијата се изведува така што прво се нумерираат јазлите од типот ***PQ***, потоа јазлите ***PU*** и на крајот slack јазолот. Ваквата нумерација е најзгодна, поради формирањето на матрицата на адмитанции и потоа пресметките на тековите на моќности. За нашиот случај каде во системот има четири независни јазли (референтен јазол е земјата со индекс 0), нумерацијата е:

- Јазолот ***A*** - 1
- Јазолот ***B*** - 2
- Јазолот ***C*** - 3
- Јазолот ***D*** - 4

б) Подолжните адмитанции на еквивалентните π - шеми на водовите во единечни вредности се:

$$\underline{Y}_{1-4(a)} = \frac{Z_{B(110)}}{\underline{Z}_{1-4(a)}} = \frac{121}{10,71 + \mathrm{j}36,70} = \left(0,8866414 - \mathrm{j}3,038258\right)\text{p.u.}$$

$$\underline{Y}_{1-4(b)} = \frac{Z_{B(110)}}{\underline{Z}_{1-4(b)}} = \frac{121}{10,09 + \mathrm{j}33,76} = \left(0,9833631 - \mathrm{j}3,290221\right)\text{p.u.}$$

$$\underline{Y}_{2-3} = \frac{Z_{B(220)}}{\underline{Z}_{2-3}} = \frac{484}{5,22 + \mathrm{j}27,51} = \left(3,222351 - \mathrm{j}16,98216\right)\text{p.u.}$$

Попречните адмитанции на еквивалентните π -заменски шеми на водовите во единечни вредности се:

$$\frac{1}{2}\underline{Y}'_{1-4(a)} = \mathrm{j}\frac{1}{2}B_v \cdot Z_{B(110)} = \mathrm{j}\frac{1}{2}\cdot 253,65\cdot 10^{-6}\cdot 121 = \mathrm{j}0,01534583 \text{ p.u.}$$

$$\frac{1}{2}\underline{Y}'_{1-4(b)} = \mathrm{j}\frac{1}{2}B_v \cdot Z_{B(110)} = \mathrm{j}\frac{1}{2}\cdot 244,81\cdot 10^{-6}\cdot 121 = \mathrm{j}0,01481101 \text{ p.u.}$$

$$\frac{1}{2}\underline{Y}'_{2-3} = \mathrm{j}\frac{1}{2}B_v \cdot Z_{B(220)} = \mathrm{j}\frac{1}{2}\cdot 176,85\cdot 10^{-6}\cdot 484 = \mathrm{j}0,04279770 \text{ p.u.}$$

Интерконективните трансформатори се со неноминален преносен однос и нив ќе ги претставиме со несиметричната еквивалентна π - шема. Трансформаторите T1 и T2 се со еднакви параметри и имаат еднакви преносни односи. Адмитанцијата на куса врска на трансформаторите, сведена на 220 kV страна и изразена во единечни вредности е:

$$\underline{Y}_{T2} = \underline{Y}_{T1} = \frac{Z_{B220}}{\mathrm{j}X_{T1}} = \frac{484}{\mathrm{j}\dfrac{0{,}11 \cdot 213{,}4^2}{150}} = -\,\mathrm{j}14{,}49289 \text{ p.u.}$$

Преносниот однос на трансформаторот во единечни вредности е:

$$m_{4-2} = \frac{\text{Prenosen odnos (primar/sekundar} \Rightarrow 4/2)}{\text{Soodveten odnos na baznite naponi}} = \frac{\dfrac{115}{213{,}4}}{\dfrac{110}{220}} = 1{,}077788 \text{ p.u.}$$

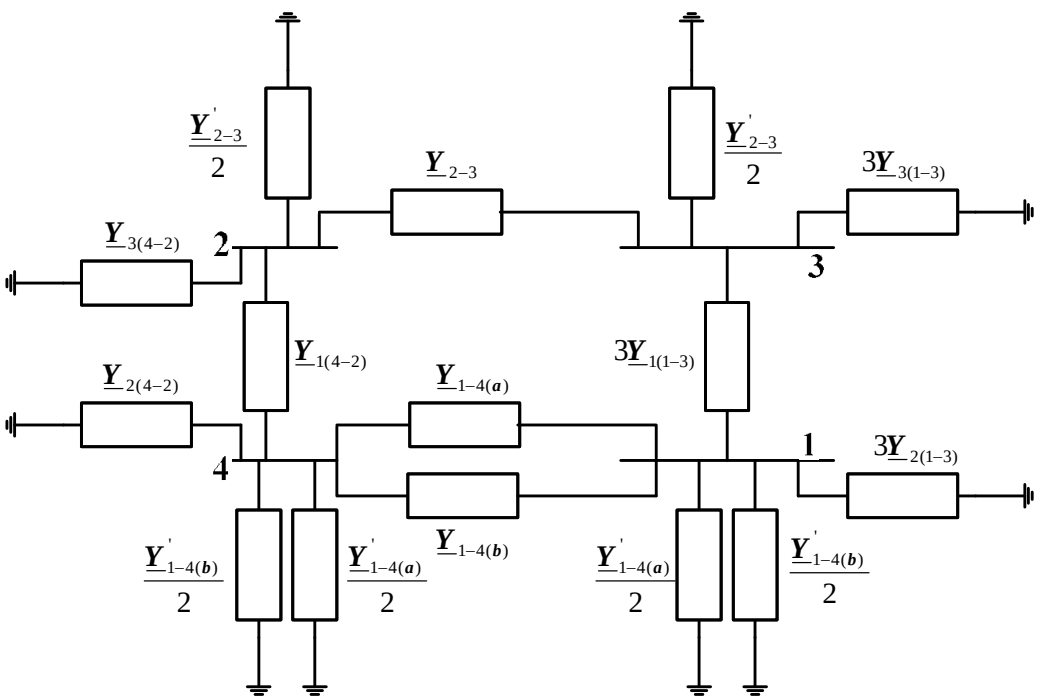
Потоа се пресметуваат соодветните адмитанции од еквивалентната шема:

$$\underline{Y}_{1(4-2)} = \underline{Y}_{1(1-3)} = \frac{\underline{Y}_{T1}}{m_{4-2}} = \frac{-j14{,}49289}{1{,}077788} = -\,\mathrm{j}13{,}44689 \text{ p.u.}$$

$$\underline{Y}_{2(4-2)} = \underline{Y}_{2(1-3)} = \left(\frac{1}{m_{4-2}} - 1\right)\frac{\underline{Y}_{T1}}{m_{4-2}} = \left(\frac{1}{1{,}077788} - 1\right) \cdot \frac{(-\mathrm{j}14{,}49289)}{1{,}077788} = \mathrm{j}0{,}9705147 \text{ p.u.}$$

$$\underline{Y}_{3(4-2)} = \underline{Y}_{3(1-3)} = (m_{4-2} - 1)\frac{\underline{Y}_{T1}}{m_{4-2}} = (1{,}077788 - 1) \cdot \frac{(-\mathrm{j}14{,}49289)}{1{,}077788} = -\mathrm{j}1{,}046009 \text{ p.u.}$$

Бидејќи во системот нема индуктивно спрегнати гранки, матрицата на адмитанции на ЕЕС се формира со инспекција на системот преку еквиваленти ата шема на системот на сликата:



Еквивалентна шема на системот од задача 2.4.

Дијагоналните елементи на матрицата се:

$$\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{1-4(a)} + \underline{Y}_{1-4(b)} + \frac{1}{2}\cdot\left(\underline{Y}'_{1-4(a)} + \underline{Y}'_{1-4(b)}\right) + 3\cdot\left(\underline{Y}_{2(1-3)} + \underline{Y}_{1(1-3)}\right) = \left(1{,}870005 - \mathrm{j}43{,}72744\right)\text{p.u.}$$

$$\underline{Y}_{22} = \underline{Y}_{2-3} + \frac{1}{2}\cdot\underline{Y}'_{2-3} + \underline{Y}_{1(4-2)} + \underline{Y}_{3(4-2)} = \left(3{,}222351 - \mathrm{j}31{,}43226\right)\text{p.u.}$$

$$\underline{Y}_{33} = \underline{Y}_{2-3} + \frac{1}{2}\cdot\underline{Y}'_{2-3} + 3\cdot\left(\underline{Y}_{3(1-3)} + \underline{Y}_{1(1-3)}\right) = \left(3{,}222351 - \mathrm{j}60{,}41806\right)\text{p.u.}$$

$$\underline{Y}_{44} = \underline{Y}_{1-4(a)} + \underline{Y}_{1-4(b)} + \frac{1}{2}\cdot\left(\underline{Y}'_{1-4(a)} + \underline{Y}'_{1-4(b)}\right) + \underline{Y}_{2(4-2)} + \underline{Y}_{1(4-2)} = \left(1{,}870005 - \mathrm{j}18{,}77469\right)\text{p.u.}$$

Вондијагоналните елементи на матрицата се:

$$\underline{Y}_{13} = \underline{Y}_{31} = -3\cdot\underline{Y}_{1(1-3)} = \mathrm{j}40{,}34066 \text{ p.u.}$$
$$\underline{Y}_{14} = \underline{Y}_{41} = -\underline{Y}_{1-4(a)} - \underline{Y}_{1-4(b)} = \left(-1{,}870005 + \mathrm{j}6{,}328479\right)\text{p.u.}$$
$$\underline{Y}_{23} = \underline{Y}_{32} = -\underline{Y}_{2-3} = \left(-3{,}222351 + \mathrm{j}16{,}98216\right)\text{p.u.}$$
$$\underline{Y}_{24} = \underline{Y}_{42} = -\underline{Y}_{1(4-2)} = \mathrm{j}13{,}44689 \text{ p.u.}$$

Реалниот и имагинарниот од матрицата на адмитанции на системот во единечни вредности се:

$$G = \begin{bmatrix} 1{,}870005 & 0 & 0 & -1{,}870005 \\ 0 & 3{,}222351 & -3{,}222351 & 0 \\ 0 & -3{,}222351 & 3{,}222351 & 0 \\ -1{,}870005 & 0 & 0 & 1{,}870005 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} -43{,}72744 & 0 & 40{,}34066 & 6{,}328479 \\ 0 & -31{,}43226 & 16{,}98216 & 13{,}44689 \\ 40{,}34066 & 16{,}98216 & -60{,}41806 & 0 \\ 6{,}328479 & 13{,}44689 & 0 & -18{,}77469 \end{bmatrix}.$$

Слично како кај Гаус-Зајделовиот метод, за јазлите од типот ***PQ***, претпоставуваме рамен старт:

$$U_1^{(0)} = U_2^{(0)} = 1{,}0\,\text{p.u.}$$
$$\theta_1^{(0)} = \theta_2^{(0)} = 0{,}0\,\text{rad}$$

За јазлите од типот ***PU***, претпоставуваме фазни агли на напоните еднакви на нула:

$$U_3 = \frac{210}{220} = 0{,}9545454 \text{ p.u.}$$
$$\theta_3^{(0)} = 0{,}0\,\text{rad}$$

За slack јазолот или јазолот со познат напон имаме:

$$U_4 = \frac{115 + \mathrm{j}0}{110} = 1{,}045455\cdot e^{\mathrm{j}0} \text{ p.u.}$$

Дадените инјектирани моќности во јазлите во единечни вредности се:

$$P_{1(ДАДЕНА)} + jQ_{1(ДАДЕНА)} = -\frac{250 + j125}{100} = (-2,50 - j1,25)\text{p.u.}$$

$$\underline{S}_{2(ДАДЕНА)} = 0$$

$$P_{3(ДАДЕНА)} = \frac{100}{100} = 1,0\,\text{p.u.}$$

Инјектираната активна и реактивна моќност во јазолот А во првата итерација ги пресметуваме:

$$P^{(0)}_{1(ПРЕСМЕТАНА)} = \left(U_1^{(0)}\right)^2 \cdot G_{11} + U_1^{(0)} \cdot \left[U_3 \cdot (G_{13} \cdot \cos\theta_{13} + B_{13} \cdot \sin\theta_{13}) + U_4 \cdot (G_{14} \cdot \cos\theta_{14} + B_{14} \cdot \sin\theta_{14})\right]$$

$$\theta_{13} = \theta_1^{(0)} - \theta_3^{(0)} = 0,0$$

$$\theta_{14} = \theta_1^{(0)} - \theta_4^{(0)} = 0,0$$

$$P^{(0)}_{1(ПРЕСМЕТАНА)} = 1,0^2 \cdot 1,870005 + 1,0 \cdot [0,9545454 \cdot (0,0 \cdot 1,0 + B_{13} \cdot 0,0) +$$

$$+1,045455 \cdot (-1,870005 \cdot 1,0 + B_{14} \cdot 0,0)]$$

$$P^{(0)}_{1(ПРЕСМЕТАНА)} = 1,0 \cdot 1,870005 + 1,0 \cdot [-1,95505] = -0,085000\text{p.u.}$$

$$Q^{(0)}_{1(ПРЕСМЕТАНА)} = -\left(U_1^{(0)}\right)^2 \cdot B_{11} + U_1^{(0)} \cdot [U_3 \cdot (G_{13} \cdot \sin\theta_{13} - B_{13} \cdot \cos\theta_{13}) + U_4 \cdot (G_{14} \cdot \sin\theta_{14} - B_{14} \cdot \cos\theta_{14})]$$

$$Q^{(0)}_{1(ПРЕСМЕТАНА)} = -1,0^2 \cdot (-43,78744) + 1,0 \cdot [0,9545454 \cdot (G_{13} \cdot 0,0 - 40,34066 \cdot 1,0) + 1,045455 \cdot (G_{14} \cdot 0,0 - 6,328479 \cdot 1,0)]$$

$$Q^{(0)}_{1(ПРЕСМЕТАНА)} = 43,72744 + 1,0 \cdot [-45,12313] = -1,395695\,\text{p.u.}$$

На сличен начин се пресметуваат и инјектираните моќности во останатите јазли:

$$P^{(0)}_{2(ПРЕСМЕТАНА)} = 3,222351 + 1,0 \cdot [-3,075881] = 0,1464705\ \text{p.u.}$$

$$Q^{(0)}_{2(ПРЕСМЕТАНА)} = 31,43226 + 1,0 \cdot [-30,26835] = 1,163908\ \text{p.u.}$$

$$P^{(0)}_{3(ПРЕСМЕТАНА)} = 2,936068 + 0,9545454 \cdot [-3,222351] = -0,1398129\ \text{p.u}.$$

$$Q^{(0)}_{3(ПРЕСМЕТАНА)} = 55,05033 + 0,9545454 \cdot [-57,32282] = 0,3330961\ \text{p.u.}$$

Според тоа, на почетокот на првата итерација за разликите помеѓу дадените и пресметаните инјектирани активни и реактивни моќности во јазлите, пресметуваме:

$$\Delta P^{(0)} = P_{(ДАДЕНА)} - P^{(0)}_{(ПРЕСМЕТАНА)} = \begin{bmatrix} -2,5 \\ 0,0 \\ 1,0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0,0850000 \\ 0,1464705 \\ -0,1398129 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4150000 \\ -0,146705 \\ 1,139813 \end{bmatrix}\ \text{p.u.}$$

$$\Delta Q^{(0)} = Q_{(ДАДЕНА)} - Q^{(0)}_{(ПРЕСМЕТАНА)} = \begin{bmatrix} -1,25 \\ 0,00 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1,395695 \\ 1,163908 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1456947 \\ -1,163908 \end{bmatrix}\ \text{p.u.}$$

Во случајот на разликите на реактивните моќности се пресметуваат само за јазлите ***A*** и ***B***. Следуваат пресметките на елементите на јакобијанот кој сега ќе има димензии:

$$(n-1+q) \times (n-1+q) = (4-1+2) \times (4-1+2) = 5 \times 5$$

Субматриците од матричниот систем равенки ќе ги имаат следните димензии: $H_{3\times3}; N_{3\times2}; M_{2\times3}; L_{2\times2}$

Дијагоналните елементи на субматриците ***H*** и ***L***, се пресметуваат соодветно:

$$H_{11} = -Q^{(0)}_{1(ПРЕСМЕТАНА)} - B_{11} \cdot \left(U_1^{(0)}\right)^2 = -(-1,395695) - (-43,72744) \cdot 1,0^2 = 45,12313 \text{ p.u.}$$

$$H_{22} = -Q^{(0)}_{2(ПРЕСМЕТАНА)} - B_{22} \cdot \left(U_2^{(0)}\right)^2 = -(1,163908) - (-31,43226) \cdot 1,0^2 = 30,26835 \text{ p.u.}$$

$$H_{33} = -Q^{(0)}_{3(ПРЕСМЕТАНА)} - B_{33} \cdot U_3^2 = -0,3330961 - (-60,41806) \cdot 0,9545454^2 = 54,71724 \text{ p.u.}$$

$$L_{11} = Q^{(0)}_{1(ПРЕСМЕТАНА)} - B_{11} \cdot \left(U_1^{(0)}\right)^2 = -1,395695 - (-43,72744) \cdot 1,0^2 = 42,33174 \text{ p.u.}$$

$$L_{22} = Q^{(0)}_{2(ПРЕСМЕТАНА)} - B_{22} \cdot \left(U_2^{(0)}\right)^2 = 1,163908 - (-31,43226) \cdot 1.0^2 = 32,59617 \text{ p.u.}$$

За пресметката на вондијагоналните елементи на субматриците ***H*** и ***L***:

$$H_{12} = L_{12} = U_1^{(0)} \cdot U_2^{(0)} \cdot (G_{12} \cdot \sin\theta_{12} - B_{12} \cdot \cos\theta_{12}) = 1 \cdot 1 \cdot (0 \cdot 0 - 0 \cdot 1) = 0 \text{ p.u.}$$

$$H_{12} = U_1^{(0)} \cdot U_3 \cdot (G_{13} \cdot \sin\theta_{13} - B_{13} \cos\theta_{13}) = 1,0 \cdot 0,9545454 \cdot (G_{13} \cdot 0,0 - 40,34066 \cdot 1,0) = -38,5\ 0699 \text{ p.u.}$$

$$H_{21} = L_{21} = U_2^{(0)} \cdot U_1^{(0)} \cdot (G_{21} \cdot \sin\theta_{21} - B_{21} \cdot \cos\theta_{21}) = 1 \cdot 1 \cdot (0 \cdot 0 - 0 \cdot 1) = 0$$

$$H_{23} = U_2^{(0)} \cdot U_3 \cdot (G_{23} \cdot \sin\theta_{23} - B_{23} \cdot \cos\theta_{23}) = 1,0 \cdot 0,9545454 \cdot (G_{23} \cdot 0,0 - 16,98216 \cdot 1,0) = -16,2\ 1025 \text{ p.u.}$$

$$H_{32} = U_3 \cdot U_2^{(0)} \cdot (G_{32} \cdot \sin\theta_{32} - B_{32} \cdot \cos\theta_{32}) = 0,9545454 \cdot 1,0 \cdot (G_{32} \cdot 0,0 - 16,98216 \cdot 1,0) = -16,2\ 1025 \text{ p.u.}$$

Елементите на субматриците ***N*** и ***M*** се пресметуваат со изразите од (3.19) до (3.22):

$$N_{11} = P^{(0)}_{1(ПРЕСМЕТАНО)} + G_{11} \cdot \left(U_1^{(0)}\right)^2 = -0,085 + 1,870005 \cdot 1,0^2 = 1,785004 \text{ p.u.}$$

$$M_{11} = P^{(0)}_{1(ПРЕСМЕТАНО)} - G_{11} \cdot \left(U_1^{(0)}\right)^2 = -0,085 - 1,870005 \cdot 1,0^2 = -1,955005 \text{ p.u.}$$

$$N_{22} = P^{(0)}_{2(ПРЕСМЕТАНО)} + G_{22} \cdot \left(U_2^{(0)}\right)^2 = 0,1464705 + 3,222351 \cdot 1,0^2 = 3,368822 \text{ p.u.}$$

$$M_{22} = P^{(0)}_{2(ПРЕСМЕТАНО)} - G_{22} \cdot \left(U_2^{(0)}\right)^2 = -0,1464705 - 3,222351 \cdot 1,0^2 = -3,075881 \text{ p.u.}$$

$$N_{12} = -M_{12} = U_1^{(0)} \cdot U_2^{(0)} \cdot \left(G_{12} \cdot \cos\theta_{12} + B_{12} \cdot \sin\theta_{12}\right) = 1 \cdot 1 \cdot (0 \cdot 1 + 0 \cdot 0) = 0 \text{ p.u.}$$

$$N_{21} = -M_{21} = U_1^{(0)} \cdot U_2^{(0)} \cdot \left(G_{21} \cdot \cos\theta_{21} + B_{21} \cdot \sin\theta_{21}\right) = 1 \cdot 1 \cdot (0 \cdot 1 + 0 \cdot 0) = 0 \text{ p .u.}$$

$$N_{12} = -M_{12} = U_1^{(0)} \cdot U_2^{(0)} \cdot \left(G_{12} \cdot \cos\theta_{12} + B_{12} \cdot \sin\theta_{12}\right) = 1 \cdot 1 \cdot (0 \cdot 1 + 0 \cdot 0) = 0 \text{ p.u.}$$

$$M_{13} = -U_1^{(0)} \cdot U_3 \cdot \left(G_{13} \cdot \cos\theta_{13} + B_{13} \cdot \sin\theta_{13}\right) = -1 \cdot 0,9545454 \cdot (0) = 0pu$$

$$M_{23} = -U_2^{(0)} \cdot U_3 \cdot \left(G_{23} \cdot \cos\theta_{23} + B_{23} \cdot \sin\theta_{23}\right) = -1 \cdot 0,9545454 \cdot (-3,222351 \cdot 1 + B_{23} \cdot 0) = 3,075881 \text{ p.u.}$$

$$N_{31} = U_3 \cdot U_1^{(0)} \cdot \left(G_{31} \cdot \cos\theta_{31} + B_{31} \cdot \sin\theta_{31}\right) = 0,9545454 \cdot 1 \cdot (0 \cdot 1 + B_{31} \cdot 0) = 0 \text{ p.u.}$$

$$N_{32} = U_3 \cdot U_2^{(0)} \cdot \left(G_{32} \cdot \cos\theta_{32} + B_{32} \cdot \sin\theta_{32}\right) = 0,9545454 \cdot 1 \cdot (-3,222351 \cdot 1 + B_{32} \cdot 0) = -3,075881 \text{ p.u .}$$

За разгледуваниот пример системот линеарни равенки (3.26) е:

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & N_{11} & N_{12} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & N_{21} & N_{22} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & N_{31} & N_{32} \\ M_{11} & M_{12} & M_{13} & L_{11} & L_{12} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\theta_1^{(0)} \\ \Delta\theta_2^{(0)} \\ \Delta\theta_3^{(0)} \\ \left(\Delta U_1 / U_1\right)^{(0)} \\ \left(\Delta U_2 / U_2\right)^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_1^{(0)} \\ \Delta P_2^{(0)} \\ \Delta P_3^{(0)} \\ \Delta Q_1^{(0)} \\ \Delta Q_2^{(0)} \end{bmatrix}$$

односно:

$$\begin{bmatrix} 45,12313 & 0 & -38,50699 & 1,785004 & 0 \\ 0 & 30,06835 & -16,21025 & 0 & 3,368822 \\ -38,50699 & -16,21025 & 54,71724 & 0 & -3,075881 \\ -1,955005 & 0 & 0 & 42,33174 & 0 \\ 0 & -3,075881 & 3,075881 & 0 & 32,59617 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,415000 \\ -0,14647\,05 \\ 1,139813 \\ 0,1456947 \\ -1,163908 \end{bmatrix}$$

По завршувањето на процесот на Гаусовата елиминација, системот на линеарни равенки ја има следната форма:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,8533759 & 0,03955852 & 0 \\ 0 & 1 & -0,5355510 & 0 & 0,1112985 \\ 0 & 0 & 1 & 0,1156199 & -0,09652492 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -0,003780053 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -0,05352022 \\ -0,004839065 \\ -0,07586648 \\ -0,002007177 \\ -0,03237238 \end{bmatrix}$$

Од овој систем со повратна замена, го добиваме векторот на непознатите прирасти на фазните агли и модулите на напоните во јазлите:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\theta_1^{(0)} \\ \Delta\theta_2^{(0)} \\ \Delta\theta_3^{(0)} \\ \left(\Delta U_1 / U_1\right)^{(0)} \\ \left(\Delta U_2 / U_2\right)^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1206351 \\ -0,04340804 \\ -0,07874501 \\ -0,002129546 \\ -0,03237238 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_1^{(1)} \\ \theta_2^{(1)} \\ \theta_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1^{(0)} + \Delta\theta_1^{(0)} \\ \theta_2^{(0)} + \Delta\theta_2^{(0)} \\ \theta_3^{(0)} + \Delta\theta_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 + (-0,1206351) \\ 0,0 + (-0,04340804) \\ 0,0 + (-0,07874501) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1206351 \\ -0,04340804 \\ -0,07874501 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_1^{(1)} \\ U_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1^{(0)} + U_1^{(0)} \cdot \left(\dfrac{\Delta U_1}{U_1}\right)^{(0)} \\ U_2^{(0)} + U_2^{(0)} \cdot \left(\dfrac{\Delta U_2}{U_2}\right)^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 1 \cdot (-0,002129546) \\ 1 + 1 \cdot \left(-0,03237238\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9978704 \\ 0,9676276 \end{bmatrix}$$

Пресметаните напони после првата итерација ќе послужат за пресметка на инјектираните моќности во јазлите на почетокот на втората итерација. Инјектираната активна и реактивна моќност во јазолот А ги пресметуваме според (3.14) и (3.15):

$$P^{(0)}_{1(ПРЕСМЕТАНА)} = \left(U_1^{(1)}\right)^2 \cdot G_{11} + U_1^{(1)} \cdot [U_3 \cdot (G_{13} \cdot \cos\theta_{13} + B_{13} \cdot \sin\theta_{13}) +$$
$$+U_4 \cdot (G_{14} \cdot \cos\theta_{14} + B_{14} \cdot \sin\theta_{14})] = -2,478278 \text{ p.u.}$$
$$\theta_{13} = \theta_1^{(1)} - \theta_3^{(1)} = -0,1206351 - \left(-0,07874501\right) = -0,04189007\text{rad}$$
$$\theta_{14} = \theta_1^{(1)} - \theta_4 = -0,1206351 - 0 = -0,1206351\text{rad}$$

$$Q^{(0)}_{1(ПРЕСМЕТАНА)} = -\left(U_1^{(1)}\right)^2 \cdot B_{11} + U_1^{(1)} \cdot [U_3 \cdot (G_{13} \cdot \sin\theta_{13} - B_{13} \cdot \cos\theta_{13}) +$$
$$+U_4 \cdot (G_{14} \cdot \sin\theta_{14} - B_{14} \cdot \cos\theta_{14})] = -1,169186 \text{ p.u.}$$

На сличен начин се пресметуваат и инјектираните моќности во останатите јазли:

$$P^{(1)}_{2(ПРЕСМЕТАНА)} = 0,006516691 \text{ p.u.}$$
$$Q^{(1)}_{2(ПРЕСМЕТАНА)} = 0,05908700 \text{ p.u.}$$
$$P^{(1)}_{3(ПРЕСМЕТАНА)} = 1,016611 \text{ p.u.}$$
$$Q^{(1)}_{3(ПРЕСМЕТАНА)} = 1,088517 \text{ p.u.}$$

Разликите помеѓу дадените и пресметаните инјектирани моќности во јазлите изнесуваат:

$$\Delta P^{(0)} = P_{(ДАДЕНА)} - P^{(0)}_{(ПРЕСМЕТАНА)} = \begin{bmatrix} -2,5 \\ 0,0 \\ 1,0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2,478278 \\ 0,006516691 \\ 1,016611 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,02172184 \\ -0,006516691 \\ -0,01661100 \end{bmatrix}$$
$$\Delta Q^{(0)} = Q_{(ДАДЕНА)} - Q^{(0)}_{(ПРЕСМЕТАНА)} = \begin{bmatrix} -1,25 \\ 0,00 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1,169186 \\ 0,05908700 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,08081412 \\ -0,05908700 \end{bmatrix}$$

Како што се гледа, најголемата разлика по апсолутна вредност изнесува 0,08081412 pu и е поголема од дозволената толеранција 0,001 pu, па пресметката продолжува со втората итерација. После втората итерација е задоволен критериумот за престанок на итеративното пресметување, односно се добива бараното решение за напоните кое е еднакво на пресметаните напони во јазлите пресметани по втората итерација:

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} 0,9957562 \cdot e^{-\mathrm{j}0,1238780} \\ 0,9657701 \cdot e^{-\mathrm{j}0,04513919} \\ 0,9545454 \cdot e^{-\mathrm{j}0,08192188} \\ 1,045455 \cdot e^{\mathrm{j}0} \end{bmatrix} \text{ p.u.} = \begin{bmatrix} 109,53 \cdot e^{-j7,10^\circ} \\ 212,47 \cdot e^{-j2,59^\circ} \\ 210,00 \cdot e^{-j4,69^\circ} \\ 115 \cdot e^{j0} \end{bmatrix} kV$$

За непознатата инјектираната моќност во јазолот ***C*** добиваме:

$$\underline{S}_3 = \underline{U}_3 \cdot \sum_{k=1}^{4} \underline{Y}^*_{3k} \cdot \underline{U}^*_k \quad Q_3 = \mathrm{Imag}(\underline{S}_3) = 1,204959 \text{ p.u.} = 120,5 \text{ MVar}$$

За непознатата инјектирана моќност во јазолот ***D*** добиваме:

$$\underline{S}_4 = \underline{U}_4 \cdot \sum_{k=1}^{4} \underline{Y}^*_{4k} \cdot \underline{U}^*_k \quad \underline{S}_4 = \left(1,538750 + \mathrm{j}0,1790896\right)\text{p.u.} = \left(153,9 + \mathrm{j}17,9\right)\text{MVA}$$

Тековите на моќности на почетокот и на крајот на водот ***A-D***(a) и загубите во него соодветно се:

$$\underline{S}_{1-4(a)} = \underline{U}_1 \cdot \left[\left(\underline{U}_1 - \underline{U}_4 \right) \cdot \underline{Y}_{1-4(a)} \right]^* + U_1^2 \left(\frac{1}{2} \cdot \underline{Y}'_{1-4(a)} \right) = \left(-0,4276143 - \text{j}0,02728553 \right) \text{p.u.} =$$

$$= -\left(42,8 + \text{j}2,7 \right) \text{MVA}$$

$$\underline{S}_{4-1(a)} = \underline{U}_4 \cdot \left[\left(\underline{U}_4 - \underline{U}_1 \right) \cdot \underline{Y}_{1-4(a)} \right]^* + U_4^2 \left(\frac{1}{2} \cdot \underline{Y}'_{1-4(a)} \right) = \left(0,4439504 + \text{j}0,05127606 \right) \text{p.u.} =$$

$$= \left(44,4 + \text{j}5,1 \right) \text{MVA}$$

$$\Delta \underline{S}_{1-4(a)} = \underline{S}_{1-4(a)} + \underline{S}_{4-1(a)} = \left(0,01633611 + \text{j}0,02399053 \right) \text{p.u.} = \left(1,6 + \text{j}2,4 \right) \text{MVA}$$

Аналогно се пресметуваат тековите на моќности и загубите за ост анатите водови:

$$\underline{S}_{1-4(b)} = \underline{U}_1 \cdot \left[\left(\underline{U}_1 - \underline{U}_4 \right) \cdot \underline{Y}_{1-4(b)} \right]^* + U_1^2 \left(\frac{1}{2} \cdot \underline{Y}'_{1-4(b)} \right) = -\left(0,4640392 + \text{j}0,02477298 \right) \text{p.u.} =$$

$$= -\left(46,4 + \text{j}2,5 \right) \text{MVA}$$

$$\underline{S}_{4-1(b)} = \underline{U}_4 \cdot \left[\left(\underline{U}_4 - \underline{U}_1 \right) \cdot \underline{Y}_{1-4(b)} \right]^* + U_4^2 \left(\frac{1}{2} \cdot \underline{Y}'_{1-4(b)} \right) = \left(0,4821574 + \text{j}0,05452069 \right) \text{p.u.} =$$

$$= \left(48,2 + \text{j}5,5 \right) \text{MVA}$$

$$\Delta \underline{S}_{1-4(b)} = \underline{S}_{1-4(b)} + \underline{S}_{4-1(b)} = \left(0,01811814 + \text{j}0,02974772 \right) \text{p.u.} = \left(1,8 + \text{j}3,0 \right) \text{MVA}$$

$$\underline{S}_{2-3} = \left(0,6126581 + j0,04552504 \right) \text{p.u.} = \left(61,3 + \text{j}4,5 \right) \text{MVA}$$

$$\underline{S}_{3-2} = -\left(0,6082335 + \text{j}0,1011199 \right) \text{p.u.} = -\left(60,8 + \text{j}10,1 \right) \text{MVA}$$

$$\Delta \underline{S}_{2-3} = \underline{S}_{2-3} + \underline{S}_{3-2} = \left(0,004424691 - \text{j}0,05559488 \right) \text{p.u.} = \left(0,4 - \text{j}5,6 \right) \text{MVA}$$

Тековите на моќност во трансформаторот **T1** и загубите во него се:

$$\underline{S}_{4-2} = \left(\frac{U_4^2}{m_{4-2}} - \underline{U}_4 \cdot \underline{U}_2^* \right) \cdot \frac{\underline{Y}_{4-2}^*}{m_{4-2}} = \left(0,6126421 + \text{j}0,07329204 \right) \text{p.u.} = \left(61,3 + \text{j}7,3 \right) \text{MVA}$$

$$\underline{S}_{2-4} = \left(U_2^2 - \frac{\underline{U}_2 \cdot \underline{U}_4^*}{m_{4-2}} \right) \cdot \underline{Y}_{4-2}^* = -\left(0,6126421 + \text{j}0,04537386 \right) \text{p.u.} = -\left(61,3 + \text{j}4,5 \right) \text{MVA}$$

$$\Delta \underline{S}_{2-4} = \underline{S}_{4-2} + \underline{S}_{2-4} = \left(\text{j}0,027911818 \right) \text{p.u.} = \text{j}2,8 \text{ MVAr}$$

Аналогно за трансформаторите T2 се пресметува:

$$\underline{S}_{1-3} = \left(\frac{U_1^2}{m_{1-3}} - \underline{U}_1 \cdot \underline{U}_3^* \right) \cdot \frac{\underline{Y}_{1-3}^*}{m_{1-3}} = -\left(0,5360914 + \text{j}0,3992419 \right) \text{p.u.} = -\left(53,6 + \text{j}39,9 \right) \text{MVA}$$

$$\underline{S}_{3-1} = \left(U_3^2 - \frac{\underline{U}_3 \cdot \underline{U}_1^*}{m_{1-3}} \right) \cdot \underline{Y}_{1-3}^* = \left(0,5360914 + \text{j}0,4353585 \right) \text{p.u.} = \left(53,6 + \text{j}43,5 \right) \text{MVA}$$

$$\Delta \underline{S}_{1-3} = \left(\text{j}0,03611657 \right) \text{p.u.} = \text{j}3,6 \text{ MVAr}$$

Вкупните загуби на активна и реактивна моќност во системот се:

$$\Delta P = \Delta P_{1-4(a)} + \Delta P_{1-4(b)} + \Delta P_{2-3} = 0,01633611 + 0,01811814 + 0,004424691 =$$
$$= 0,03887892 \text{p.u.} = 3,9 \text{ MW}$$

$$\Delta Q = \Delta Q_{1-4(a)} + \Delta Q_{1-4(b)} + \Delta Q_{2-3} + \Delta Q_{2-4} + \Delta Q_{1-3} = 0,02399053 + 0,02974772 - 0,05559488 +$$
$$+0,02791818 + 3 \cdot 0,03611657 = 0,1344112 \text{p.u.} = 13,4 \text{ MVAr}$$

Вкупните загуби системот можат да се пресметаат и со сумирање на инјектираните комплексни моќности во сите јазли на мрежата:

$$\Delta \underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 + \underline{S}_4 = (-2,499928 - \text{j}1,249790) + (0,00001604300 + \text{j}0,0001497\,846) +$$
$$+(1,000041 + \text{j}1,204959) + (1,538750 + \text{j}0,1790896) = (0,038\,87916 + \text{j}0,1344075)\text{p.u.} =$$
$$= (3,9 + \text{j}13,4)\text{MVA}$$